Concours blanc

Informatique pour tous, première année

Julien Reichert

Cours

Question C-1 : Écrire en Python une fonction `moy(l)` qui calcule la moyenne d'une liste `l`.

Question C-2 : Écrire en Python une fonction `nbocc(x, l)` qui calcule le nombre de fois qu'un élément `x` est dans une liste `l`.

Question PO : Écrire en Python une fonction `all_diff(l)` qui détermine si tous les éléments d'une liste sont différents deux à deux.

Question C-4 : Écrire en Python une fonction `min_acceptable(lind, l)` qui détermine le plus petit élément d'une liste `l` parmi ceux dont l'indice est dans la liste `lind`.

Question C-5 : Déterminer la complexité de chacune de ces fonctions.

Exercice

La représentation des polynômes avec `numpy` utilise la liste des coefficients (ou des racines) pour créer un objet utilisable en tant que fonction, mais aussi en tant que liste. Nous allons travailler avec une variante de cette représentation dans le contexte de la méthode de Simpson.

Il est interdit d'utiliser `numpy` dans l'ensemble de l'exercice.

Question 1 : Écrire une fonction ayant pour arguments un nombre `x` et une liste `l` représentant un polynôme de degré `n`, dans la mesure où l'élément `l[i]` est le coefficient de degré `i` du polynôme, et renvoyant l'image de `x` par la fonction polynomiale associée.

Exemple d'utilisation de la fonction : `evalue_poly([1,2,3],-2)`, qui donne `9` en tant qu'évaluation en -2 de $3X^2 + 2X + 1$.

Question 2 : Écrire une fonction prenant en argument une liste représentant un polynôme (sous les mêmes conditions) P et renvoyant la liste qui représente le polynôme de coefficient constant 0 dont P est le polynôme dérivé.

Soient x_0, x_1, x_2 trois réels distincts deux à deux, soient y_0, y_1, y_2 trois réels. On rappelle que l'unique fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à deux dont les valeurs respectives en x_0, x_1 et x_2 sont y_0, y_1 et y_2 est la fonction $f(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}y_2 + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}y_1 + \frac{(x-x_2)(x-x_1)}{(x_0-x_2)(x_0-x_1)}y_0$. Elle correspond au polynôme d'interpolation.

Question 3 : Écrire une fonction prenant en argument deux triplets représentant respectivement (x_0, x_1, x_2) et (y_1, y_2, y_3) et renvoyant la liste représentant le polynôme d'interpolation donné ci-avant.

Exemple d'utilisation de la fonction : `interpole((1, 2, 4), (0, 2, -6))`, qui donne `[-6., 8., -2.]` représentant le polynôme $-2X^2 + 8X - 6 = -2(X-1)(X-3)$ valant effectivement 0 en 1, 2 en 2 et -6 en 4.

Question 4 : Écrire une fonction prenant en argument une fonction et une liste d'abscisses et calculant une valeur approchée de l'intégrale de la fonction en argument entre le premier élément de la liste et le dernier, à l'aide d'une méthode des rectangles (à gauche, à droite ou au milieu) en s'appuyant sur les abscisses fournies pour obtenir les subdivisions.

La méthode de Simpson revient à approcher une fonction f non pas par des fonctions constantes par morceaux ni affines par morceaux (comme pour la méthode des trapèzes) mais polynomiales de degré ≤ 2 par morceaux. Sur chaque subdivision $[a, b]$, on approche donc f par la fonction polynomiale dont les valeurs coïncident avec elle en a, en b et au milieu.

Question 5 : Écrire une fonction prenant en argument une fonction et une liste d'abscisses et calculant une valeur approchée de l'intégrale de la fonction en argument entre le premier élément de la liste et le dernier, à l'aide de la méthode de Simpson en s'appuyant sur les abscisses fournies pour obtenir les subdivisions.